Fiche 2 : Les racines carrées

Exercice 01 :

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a un entier et b des entiers positifs.

$A=\sqrt{28}+\sqrt{63}$

$B=3\sqrt{400}-\sqrt{125}$

$C=2\sqrt{20}-3\sqrt{45}$

$D=-\sqrt{27}+5\sqrt{12}-3\sqrt{75}$

Exercice 02 :

Transformer pour ne plus avoir de racine au dénominateur :

$A=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad B=-\dfrac{2}{3\sqrt{5}}$

$C=\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$ $\quad D=\dfrac{4\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

$E=\dfrac{3+\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}$ $\quad F=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

Exercice 03 :

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a un entier et b des entiers positifs.

$A=(\sqrt{2}-1)(3+\sqrt{2})$

$C=(3-\sqrt{7})^2$

$D=(1+2\sqrt{3})^2$

$E=(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})$

$F=(5-\sqrt{2})(5+\sqrt{2})-(3-\sqrt{2})^2$

$G=(3-\sqrt{8})^2-(3+\sqrt{8})^2$

Exercice 04 :

On note $\varphi=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

1. Calculer φ^2 et $\varphi+1$
2. Quelle équation a pour solution le nombre φ ?
3. Calculer $\varphi-1$ et φ^{-1}
4. Quelle autre équation a pour solution le nombre φ ?

Exercice 05 :

Déterminer $f(\sqrt{2})$ pour chacune des fonctions f ci-dessous :

$f(x)=2x^2-5x+3$

$f(x)=(x-1)^2$

$f(x)=\dfrac{1}{x+3}$

$f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$

$f(x)=(x-2)^2-(x+2)^2$

$f(x)=3(x+5)^2-4$

$f(x)=x^2-2$

Exercice 06 :

Montrer que $2+\sqrt{3}$ et $2-\sqrt{3}$ sont des solutions de l'équation :

$$x^2-4x+1=0$$

Exercice 07 :

Montrer que $\dfrac{1+\sqrt{33}}{4}$ et $\dfrac{1-\sqrt{33}}{4}$ sont des solutions de l'équation :

$$2x^2-x-4=0$$

Exercice 08 :

On note x un nombre réel strictement positif.

Démontrer que :

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$$

En déduire le résultat de :

$$A=\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}$$

Peut-on généraliser pour $n>0$:

$$A=\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$$

Définition

La racine carrée d'un nombre $a\geq 0$ est l'unique nombre positif qui vérifie $x^2=a$

Historique

La notation racine carrée a été définie et étudiée dans l'Antiquité. Dans l'écriture $\sqrt{a}$

$\sqrt{\ }$ est le radical

$a\geq 0$ est le radicande

Précisions

Si $a\geq 0$, $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$

Si $a\geq 0$, $\sqrt{a^2}=a$

Si $a\leq 0$, $\sqrt{a^2}=-a$